

Introduction à la technologie des ordinateurs
Exemples et exercices de renforcement
Série 2 : les bases de numération

Théorie : pp. 34-44

NB : Cette matière est essentiellement vue en mathématiques appliquées à l'informatique. Le but ici est de voir quelques rudiments pour la suite du cours.

1 Différentes bases de numération

Parmi les différentes bases qui existent, nous pouvons citer :

- base binaire (chiffres : 0 et 1)
- base décimale (chiffres : 0 à 9)
- base hexadécimale (chiffres : 0 à 9 puis de A à F)

La base hexadécimale est intéressante pour obtenir une notation plus compacte que le binaire.
Exemple :
$1010\ 1100\ 1010\ 1100\ 1111\ 0001\ 1010\ 1010_2 = ACAC\ F1AA_{16}$

Notations :

Langage / contexte	Binaire	Octal	Décimal	Hexadécimal
Mathématique (académique)	$1011_{\mathbf{2}}$	$77_{\mathbf{8}}$	$42_{\mathbf{10}}$ ou 42	$1A_{\mathbf{16}}$
Python / C++ / Java	**0b**1011	**0o**77	42	**0x**1A
Assembleur	1011**b**	77**o**	42	1A**h**

En web notamment, pour l'hexadécimal, on utilise un #. Exemple : code couleur : #558877

2 Convertir un nombre binaire en nombre décimal

2.1 Exemple 1

$1101_2 = ?_{10}$

Position (rang)	3	2	1	0
Nombre binaire				
Poids binaire				
Valeur décimale **pour chaque rang**				

$1101_2 =$ $_{10}$

Poids d'un chiffre = base $^{\text{position}}$

2.2 Exemple 2

$10100011_2 = ?_{10}$

Position (rang)	7	6	5	4	3	2	1	0
Nombre binaire								
Poids binaire								
Valeur décimale **pour chaque rang**								

$10100011_2 =$ $_{10}$

Poids d'un chiffre = base $^{\text{position}}$



2.3 Exercices

Convertir les nombres binaires suivants en base 10 (numération décimale).

- Niveau 1 (4 bits)

1) 1010_2

2) 0110_2

3) 1111_2

4) 0101_2

- Niveau 2 (6 à 8 bits)

1) 100110_2

2) 00101101_2

3) 11110000_2

4) 01010101_2

Rappel d'un tableau pouvant s'avérer utile :

Position (rang)	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
Nombre binaire													
Poids binaire													
Valeur décimale **pour chaque rang**													

- Avec Excel, expérimenter la fonction =BINDEC() NB : fonction limitée à 9 bits. Le dixième bit possible est un bit de signe.

1) 10011101_2

2) 01111100_2

3) 111111101_2



3 Convertir un nombre décimal en nombre binaire

3.1 Exemple 1

$13_{10} = ?_{2}$

Quotient de la division entière par 2	Reste

$13_{10} =$ $_{2}$

3.2 Exemple 2

$28_{10} = ?_{2}$

Quotient de la division entière par 2	Reste

$28_{10} =$ $_{2}$

3.3 Exercices

Convertir les nombres décimaux suivants en base 2 (numération binaire).

- Niveau 1 (petits nombres)

1) 5_{10}
2) 9_{10}
3) 12_{10}
4) 15_{10}

- Niveau 2 (nombres moyens)

1) 25_{10}
2) 42_{10}



3) 63_{10}

4) 100_{10}

- Avec Excel, expérimenter la fonction =DECBIN()

1) 128_{10}

2) 255_{10}

3) 500_{10}

4 Convertir un nombre hexadécimal en nombre décimal

4.1 Exemple 1

$23_{16} = ?_{10}$

Position (rang)	3	2	1	0
Nombre hexadécimal				
Poids hexadécimal				
Valeur décimale **pour chaque rang**				

Poids d'un chiffre = base ^{position}

$23_{16} = \quad _{10}$

Chiffre hexadécimal	Valeur décimale
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9
A	10
B	11
C	12
D	13
E	14
F	15

4.2 Exemple 2

$A12_{16} = ?_{10}$

Position (rang)	3	2	1	0
Nombre hexadécimal				
Poids hexadécimal				
Valeur décimale **pour chaque rang**				

$A12_{16} = \quad _{10}$



4.3 Exercices

- Niveau 1 – Rappel et conversions simples

Convertir les nombres hexadécimaux suivants en base 10 (décimale) :

1) A_{16}
2) F_{16}
3) $1A_{16}$
4) $2F_{16}$
5) 10_{16}
6) $1F_{16}$

- Niveau 2

Convertir les nombres hexadécimaux suivants en base 10 (décimale) :

1) $3B_{16}$
2) $7E_{16}$
3) $9C_{16}$
4) $12A_{16}$
5) $2B4_{16}$
6) $4F2_{16}$

Rappel d'un tableau pouvant s'avérer utile :

Position (rang)	4	3	2	1	0
Nombre hexadécimal					
Poids hexadécimal					
Valeur décimale **pour chaque rang**					

- Niveau 3 – Nombres plus longs

Convertir les nombres hexadécimaux suivants en base 10 (décimale) en utilisant la fonction HEXDEC dans Excel.

1) $1A3_{16}$
2) $2C9_{16}$
3) FF_{16}
4) $10A_{16}$
5) $CAFE_{16}$
6) $FACE_{16}$



5 Convertir un nombre décimal en nombre hexadécimal

5.1 Exemple 1

$37_{10} = ?_{16}$

Quotient de la division entière par 16	Reste

$37_{10} = \quad _{16}$

5.2 Exemple 2

$164_{10} = ?_{16}$

Quotient de la division entière par 16	Reste

$164_{10} = \quad _{16}$

5.3 Exercices

- Niveau 1 – Conversion de base

Convertir les nombres décimaux suivants en base 16 (base hexadécimale) :

1) 10
2) 12
3) 15
4) 16
5) 20
6) 31

Rappel :
Diviser successivement par 16 et transformer les restes en chiffres hexadécimaux.

- Niveau 2 – Nombres à deux ou trois chiffres

Convertir les nombres décimaux suivants en base 16 (base hexadécimale) :

1) 45
2) 63
3) 95
4) 127
5) 150
6) 200



- Niveau 3 – Nombres de 3 ou 4 chiffres

Convertir les nombres décimaux suivants en base 16 (base hexadécimale) en utilisant la fonction DECHEX dans Excel.

1) 255
2) 256
3) 512
4) 1023
5) 1024
6) 4095

6 L'addition binaire

6.1 Présentation

Règles de base :

0 + 0 = 0
0 + 1 = 1
1 + 1 = 0 => report de 1
1 +1 + 1 = 1 => report de 1

Exemples

```
      1011
+     0110
      ----
     10001


     10101
+     1101
      ----
    100010
```

6.2 Exercices

- Niveau 1 – Additions sur 2 à 3 bits

Effectuer les calculs suivants. Tous les nombres sont exprimés en binaire.

1) 01 + 01
2) 10 + 01
3) 11 + 01
4) 10 + 10
5) 101 + 010
6) 011 + 011



- Niveau 2 – Additions avec retenue sur plusieurs bits

Effectuer les calculs suivants. Tous les nombres sont exprimés en binaire.

1) 101 + 111
2) 1101 + 0110
3) 1001 + 0011
4) 1110 + 0011
5) 1011 + 0111
6) 1111 + 1111

7 La soustraction binaire par la méthode du complément à 2

7.1 Présentation

Un microprocesseur ne sait pas soustraire directement deux nombres binaires.
Pour effectuer une soustraction $A - B$, il utilise la méthode du complément à deux (C_2).

Autrement dit, il suffit d'additionner à A le complément à deux de B pour obtenir le résultat de la soustraction.

Pour obtenir le complément à 2 (C_2) d'un nombre binaire :
1) rechercher son complément à 1 (C_1) en inversant tous les bits.
2) additionner 1 au C_1 trouvé dans le point précédent

- **Exemple du calcul du complément à 2 avec le nombre binaire 00101101**

Étape 1
Complément à 1 : 11010010

Étape 2
Complément à 2 : 11010010 + 1 = 11010011

- **Exemple de soustraction de deux nombres binaires**

Soit A = 00010111
Soit B = 00001111

Objectif : calculer A - B

- Étape 1 : Calcul du complément à 2 de B

  $C_2(B) = 11110001$

- Étape 2 : additionner A et $C_2(B)$

```
    00010111
+   11110001
    --------
   100001000
```

- Étape 3 : gérer l'overflow

  On est en 8 bits, on ne garde que les 8 bits de droite. On obtient donc : 00001000



7.2 Exercices

Objectif : s'exercer à utiliser le complément à 2 pour effectuer une soustraction binaire simple.

1) $0110_2 - 0011_2$
2) $1001_2 - 0100_2$
3) $0111_2 - 0001_2$
4) $1010_2 - 0111_2$
5) $0011_2 - 0101_2$

Rappels :
1) Calculer d'abord le complément à 2 du second nombre.
2) Additionner le deuxième nombre au premier.
3) Si un bit de dépassement apparaît, l'ignorer (cas sur 4 bits).

8 Exercices de synthèse – Bases et opérations binaires

8.1 Exercice 1 – Capteur numérique (conversion binaire ↔ décimal)

Un capteur de température envoie la valeur suivante au microcontrôleur : 01011100_2.

1) Convertir cette valeur en **décimal**.
2) Si chaque unité correspond à **0,5 °C**, quelle est la température mesurée ?
3) Utiliser Excel pour vérifier le résultat avec la fonction =BINDEC().

8.2 Exercice 2 – Couleur en code hexadécimal

Sur un site web, une des couleurs est définie par le code #1E90FF.

1) Décomposer ce code en ses trois composantes **R, G et B** en hexadécimal.
2) Convertir chacune d'elles en **valeur décimale**.
3) Quelle est la couleur dominante ?
4) Vérifier avec =HEXDEC() dans Excel.

8.3 Exercice 3 – Poids et balances numériques

Une balance électronique gère le poids (la masse) en binaire sur 8 bits.

La valeur enregistrée est 00111110_2

1) Convertir cette valeur en décimal.
2) Quelle serait la **valeur hexadécimale** correspondante ?
3) Si la capacité maximale est 11111111_2, quel pourcentage de la capacité représente la mesure ?

8.4 Exercice 4 – Conversions

Compléter le tableau ci-après :

Valeur décimale	Binaire	Hexadécimal
10		
63		
128		
255		
500		



8.5 Exercice 5 – Addition binaire appliquée

Un microcontrôleur additionne deux valeurs reçues d'un capteur :
A = 01011010
B = 00101101

1) Effectuer l'addition en binaire.
2) Vérifier le résultat en décimal.
3) Indiquer s'il y a un dépassement de capacité (overflow sur 8 bits).

8.6 Exercice 6 – Soustraction avec complément à 2

Le registre A contient 01001100_2, le registre B contient 00011010_2.

L'unité logique et arithmétique doit calculer A − B.

1) Calculer le **complément à 2** de B.
2) Effectuer l'**addition A + C2(B)**.
3) Vérifier le résultat en décimal.

8.7 Exercice 7 – Conversion entre bases dans un contexte réseau

Un technicien réseau doit convertir des valeurs hexadécimales d'adresse MAC (Media Access Control) pour les comparer. NB : Une adresse MAC complète comporte 12 caractères hexadécimaux (Commande : ipconfig /all).

Extrait de l'adresse MAC	Décimal	Binaire
7A		
F0		
2C		

8.8 Exercice 8

Effectuer les opérations suivantes et donner les résultats dans une base au choix.

1) $1101_2 + 1011_2$
2) $10110_2 - 01100_2$
3) $2F_{16} + 15_{10}$
4) $10011101_2 \rightarrow ?_{16}$
5) $7B_{16} - 00101101_2$